



**III CONGRESO NACIONAL  
DE RIEGO Y DRENAJE COMEII 2017**  
Puebla, Pue., del 28 al 30 de noviembre de 2017

**MODELACIÓN DE FLUJO TRANSITORIO UTILIZANDO UN  
MODELO UNIDIMENSIONAL LINEAL Y NO LINEAL**

**Penélope Cruz Mayo<sup>1\*</sup>; Carlos Daniel de la Torre Aubert<sup>2</sup>; Edwin Jonathan Pastrana<sup>1</sup>;  
Carlos Covarrubias Herrera<sup>1</sup>; Ariosto Aguilar Chávez<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Posgrado en Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Campus Morelos IMTA,  
Paseo Cuauhnáhuac N. 3582, Jiutepec, Morelos, México, C.P. 62550.

[penelope\\_cmx@hotmail.com](mailto:penelope_cmx@hotmail.com) (\*Autor de correspondencia)

<sup>2</sup>CEO Cervecería Buen Juego, Calle mercurio, Col. Jardines de Cuernavaca, Morelos México.

<sup>3</sup>Subcoordinación de Posgrado. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. Paseo Cuauhnáhuac  
8532, Progreso, Jiutepec, Morelos, C.P. 62550. México.

**Resumen**

En la operación de una red de canales es importante conocer los tiempos de oportunidad para suministrar el gasto en las tomas laterales durante un ciclo de cultivos en una zona regable. Con el fin de conocer estos tiempos de oportunidad se puede utilizar un sistema de soporte que simule la propagación de ondas en la red de canales. En este trabajo se presenta una evaluación de dos herramientas, de soporte de uso libre, aplicadas en un mismo escenario para conocer la eficiencia de distribución del agua, con la propagación de las ondas, de igual forma se evaluaron los requerimientos técnicos y numéricos de cada sistema en la generación del escenario de la red de canales de riego. Los modelos de soporte utilizados fueron el SWMM de la EPA y el SFT del Posgrado IMTA-UNAM y estos escenarios incluyen cambios en el gasto de ingreso de un canal con dos compuertas de regulación y un punto de extracción de flujo lateral. Los resultados obtenidos indican que el modelo SWMM en comparación con SFT, genera oscilaciones de flujo mayores en los transitorios y baja convergencia en la atenuación de las ondas, esto es debido a que el SWMM es un modelo lineal y el SFT en un modelo no-lineal de segundo orden. Por lo tanto, para realizar una revisión de diseño de una red ambos modelos son adecuados, pero en el caso de evaluar los tiempos de oportunidad se recomienda utilizar un modelo no lineal del tipo SFT.

**Palabras clave adicionales:** flujo transitorio, canales, modelación numérica.



## Introducción

Los modelos de soporte para toma de decisiones DDS (Decision Support System, siglas en inglés) permiten al usuario decidir acciones en la operación. Por ejemplo el sistema Simulador de Flujo Transitorio SFT, permite conocer el comportamiento de un flujo en estado permanente y transitorio de una red de canales y de esa manera brindar a los operadores de los canales la ley de operación de aperturas y cierres de compuertas (De la Torre, 2017).

El usuario de un modelo DSS busca que el sistema sea de fácil uso, de un costo accesible y que proporcione resultados satisfactorios. En este artículo se presenta un modelo DSS de uso libre y para evaluar su funcionamiento se muestra una simulación del tránsito de una avenida a través de un canal, y para tener un marco de comparación se realiza con otro modelo de uso libre, el mismo escenario de simulación. El criterio de comparación entre los modelos fue el comportamiento de las propagaciones de ondas, facilidad de uso, elaboración de escenarios y la portabilidad.

## Materiales y métodos

El flujo a superficie libre es representado por las ecuaciones de conservación de masa y de conservación de la Cantidad de movimiento desarrolladas por Saint Venant en 1871 (Abbott, 1979):

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}; x, t) = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial x} + \mathbf{C} = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ gD - \frac{Q^2}{A^2} & \frac{2Q}{A} \end{bmatrix}; \mathbf{C} = gA \begin{bmatrix} -q_{lat} \\ S_f - S_b \end{bmatrix} \quad (2)$$

Además, la pendiente de fricción se puede determinar con la ecuación de Chezy-Manning siguiente (Chow, 1959):

$$S_f(A, Q; x, t) = \frac{C_m(x)^2 |Q| Q}{A^2 R(A; x, t)^{4/3}} \quad (3)$$

donde  $x$  es la coordenada en sentido horizontal, y  $t$  el tiempo como variables independientes;  $A(x, t)$  el área hidráulica y  $Q(x, t)$  gasto son las variables dependientes;  $q_{lat}(x, t)$  es el gasto unitario o lateral,  $h(A; x, t) = y(A; x, t) + Z_b(x)$  la elevación de la superficie del agua medida desde el nivel de referencia,  $y(A; x, t)$  elevación de la superficie del agua medida desde la plantilla del canal,  $Z_b(x)$  elevación de la plantilla del fondo del canal desde un nivel de referencia,  $S_b(x)$  pendiente de fondo del canal,  $C_m(x)$  coeficiente de rugosidad de Manning,



además  $A, Q: \Omega(x, y) \in [0, L] \times [0, T]$  es el espacio de la solución,  $L$  la longitud del canal,  $T$  el tiempo final de solución y  $g$  la aceleración de la gravedad.

En la matriz de convección  $\mathbf{B}$  de la ecuación 2 es posible apreciar que el término de aceleración convectiva es no lineal, y mientras el término de las fuerzas de fricción del renglón inferior de la matriz  $\mathbf{C}$  es altamente no lineal.

### Modelo no lineal (Simulador de Flujo Transitorio en Canales, SFT)

En el posgrado de ingeniería civil/hidráulica de la UNAM campus IMTA, durante los últimos 5 años, se ha trabajado en el desarrollo de un simulador de flujo a superficie libre para canales de riego, de múltiples tramos con compuertas. Este sistema permite la solución en condición permanente y transitoria, además por el diseño del sistema SFT, es posible al usuario incluir un módulo de regulación de compuertas y evaluar las acciones de la operación de estas en forma simultánea con el flujo transitorio (De la Torre, 2017).

La plataforma SFT resuelve la no linealidad de las matrices  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{C}$  del sistema de ecuaciones (1), con una técnica iterativa de Newton–Raphson (Szymkiewics, 2010) desarrollado por Aguilar y Cruz (2017) donde se obtuvo la ecuación (4). Además, se aplica la técnica de diferencias finitas con esquema de discretización tipo caja o de Preissmann (Abbott, 1979) para convertir un sistema continuo en discreto.

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}; x, t) + \begin{bmatrix} \delta A \\ \delta Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial A} \right|_{\bar{x}} & \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial Q} \right|_{\bar{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

donde:  $\delta A = A^{n+1, m+1} - A^{n+1, m}$ ;  $\delta Q = Q^{n+1, m+1} - Q^{n+1, m}$ ;  $n + 1$ , representa el tiempo futuro;  $m + 1$ , define la iteración en que se encuentra la solución de las variables dependientes.

Este simulador resuelve de forma matricial la ecuación (1) en un espacio discreto a partir de una condición inicial y condiciones de frontera. Para la construcción de la condición inicial se configuró la geometría de las secciones de aguas arriba hacia aguas abajo, longitud de los tramos y las características hidráulicas (gasto, tipo de compuerta de regulación y gastos laterales). La condición inicial para un canal prismático se expresa en (5) y para su solución se aplica el método de Runge-Kutta de 4° orden.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f - \frac{2Q}{gA^2} q_{lat} + \frac{Q^2}{gA^3} \left( y \frac{db}{dx} + y^2 \frac{dk}{dx} \right)}{1 - F_r^2} \quad (5)$$



## Modelo lineal

El modelo SWMM (por sus siglas en inglés, Storm Water Management Model) fue presentado por primera vez en 1971 por la EPA, está planeado para el manejo de aguas pluviales y es utilizado en todo el mundo para la planificación, análisis y diseño relacionados con el escurrimiento de aguas pluviales (EPA, 2017).

La formulación del modelo SWMM parte del sistema de ecuaciones (1), pero considera una sustitución de la ecuación de conservación de masa en la de cantidad de movimiento, congelando la no linealidad de la matriz de advección  $B$ , con lo cual se tiene un modelo más simplificado para realizar un tránsito de una avenida. Para realizar la incorporación de la ecuación de conservación de masa en la cantidad de movimiento, además del congelamiento de la matriz de advección se considera que los gastos laterales son invariantes en el tiempo (Rossman, 2017), bajo estas consideraciones se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 2U \frac{\partial A}{\partial t} + U^2 \frac{\partial A}{\partial x} - gA \frac{\partial h}{\partial x} - gAS_f \quad (6)$$

En la ecuación anterior  $U$  es la velocidad del flujo en la sección transversal. La ecuación (6) no tiene una solución directa, y el software de simulación SWMM aplica un modelo discreto tipo Euler no lineal de disparo inicial para su solución, con una formulación que se muestra a continuación:

$$y_{k+1} = y_k + h f(t_{k+1}, y_{k+1}) \quad (7)$$

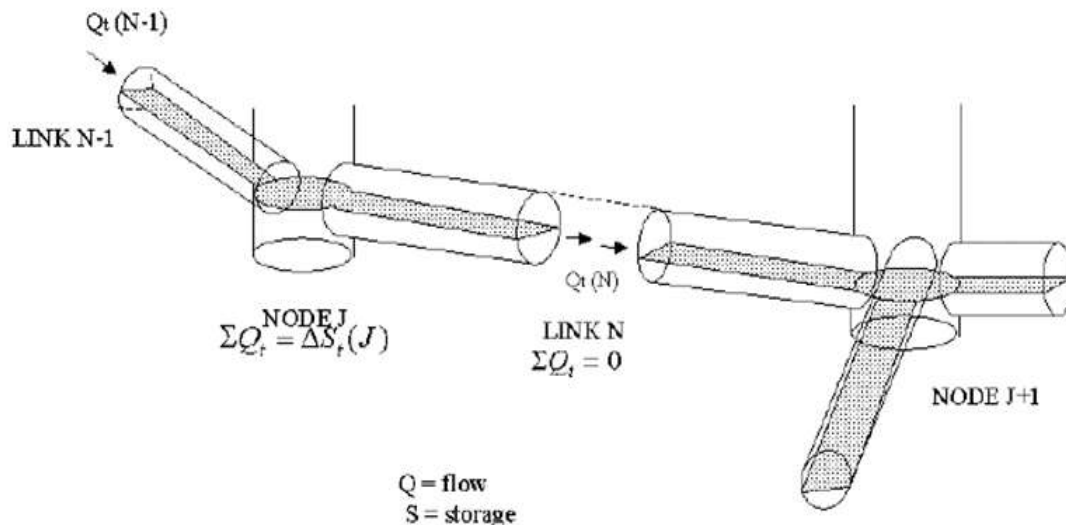


Figura 1. Esquema de la conceptualización de SWMM (Rossman, 2017).



Para la configuración de un escenario de simulación de SWMM, el sistema idealiza la topología como una serie de enlaces o tuberías que están conectadas en nodos (Figura 1). En los enlaces y nodos se tienen que definir sus propiedades, por ejemplo, la geometría, pendiente, rugosidad y gastos. En los nodos se pueden incorporar condiciones de frontera que configuran una estructura de control o regulación de gasto o tirante, la configuración del escenario de prueba se muestra en la Figura 2.

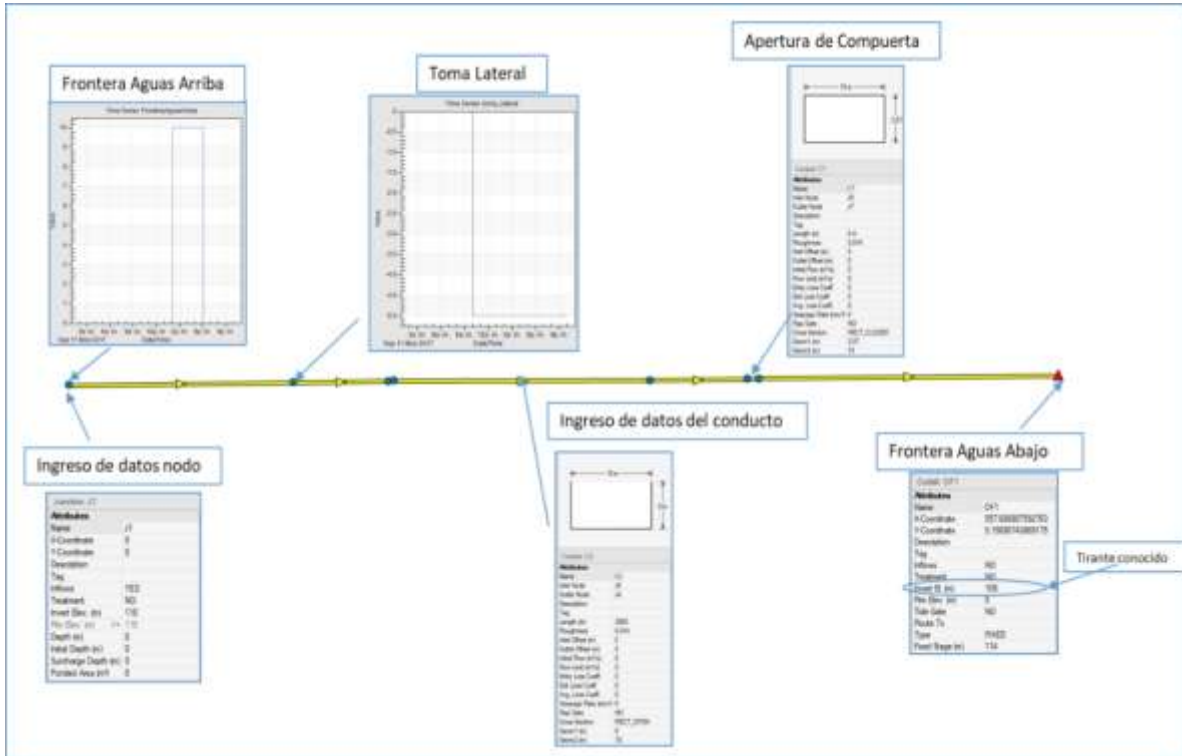


Figura 2. Idealización e ingreso de datos en SWMM (EPA, 2017).

Cuadro 1. Datos topológicos del canal.

Sección	1	2	3	4	5	6	7	8
Cadenamiento	0+000	2+000	2+005	3+005	6+005	6+010	7+010	10+00
Elev. De Hombro	118	117.8	117.795	117.7	117.4	117.39	117.299	117
Elev. Plantilla	110	109.8	109.799	109.7	109.4	109.39	109.299	109
Ancho de base	15	15	15	15	15	15	15	15
Talud	0	0	0	0	0	0	0	0
Rugosidad	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014
Pendiente	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
Estructura		Toma lateral		Compuerta		Compuerta		
$\Delta x$	10	1	10	10	1	10	10	10



### Datos de la prueba

El escenario de prueba es canal de sección rectangular que tiene una extracción de gasto y dos compuertas planas, y los datos topológicos se muestran en el Cuadro 1, además se considera una extracción constante en el km 2+005 de  $q_{lat} = 5 \text{ m}^3/\text{s}$  para  $t > 0$ . Una vista del canal de prueba se muestra en la Figura 3, y en esta figura se puede observar la toma lateral en el km 2+005 y las compuertas km 3+000 y km 7+010. La condición inicial considera un gasto en la cabecera del canal de  $100 \text{ m}^3/\text{s}$  y la se hace transitar una avenida con la variación del gasto al inicio del canal, tal como se describe en el Cuadro 2.

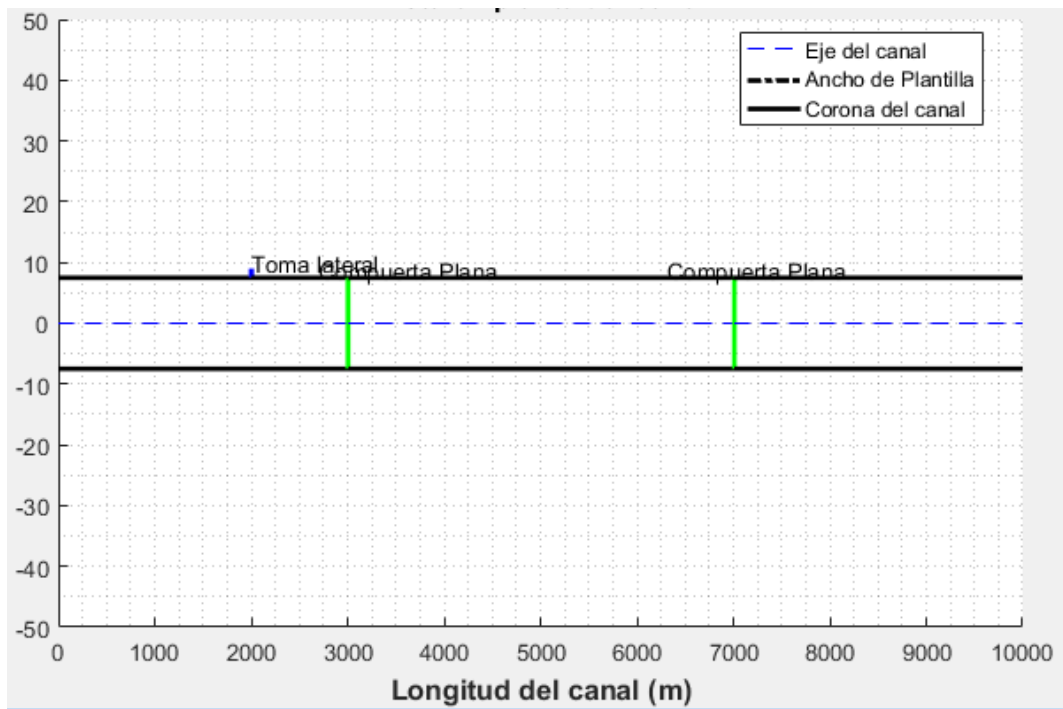


Figura 3. Planta del canal.

Cuadro 2. Hidrograma al inicio del canal km 0+000.

Tiempo (h:m)	00:00	00:05	00:06	04:05	04:06	08:00
Gasto ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	100	100	110	110	100	100

### Análisis y discusión de resultados

Los resultados del modelo SFT para la condición inicial se muestran en la figura 4, este modelo además de aplicar la ecuación de flujo espacialmente variado (ecuación 5), también ajusta la apertura de las compuertas considerando los coeficientes de descarga propuestos por Swamnee (1992), aunque también se pueden aplicar los coeficiente propuestos en la ISO-13550 (2002).

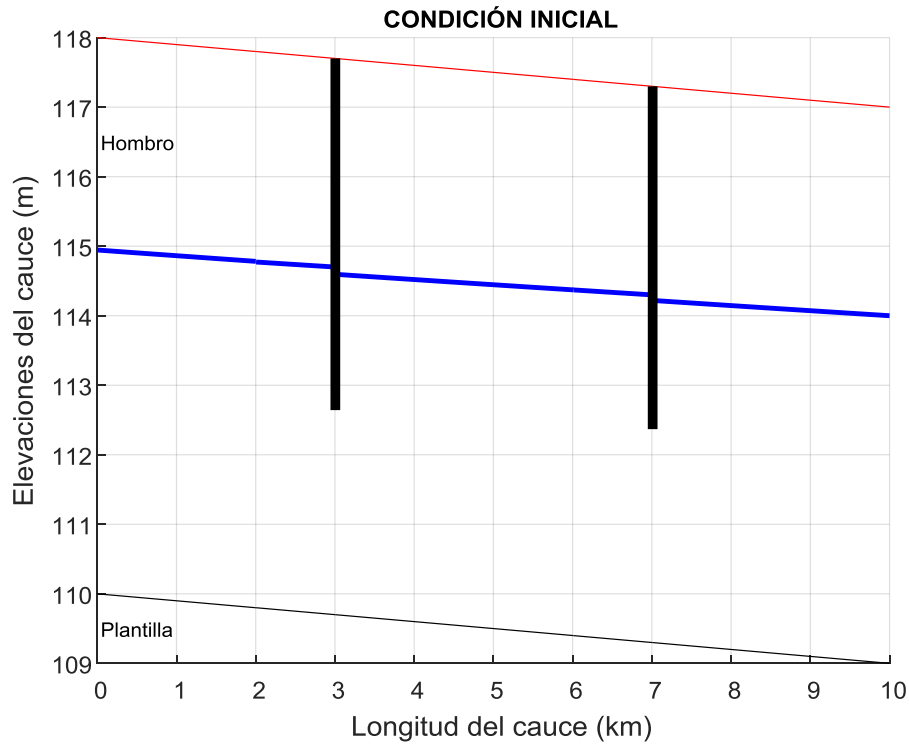


Figura 4. Perfil de flujo en condición inicial ( $t = 0$ ).

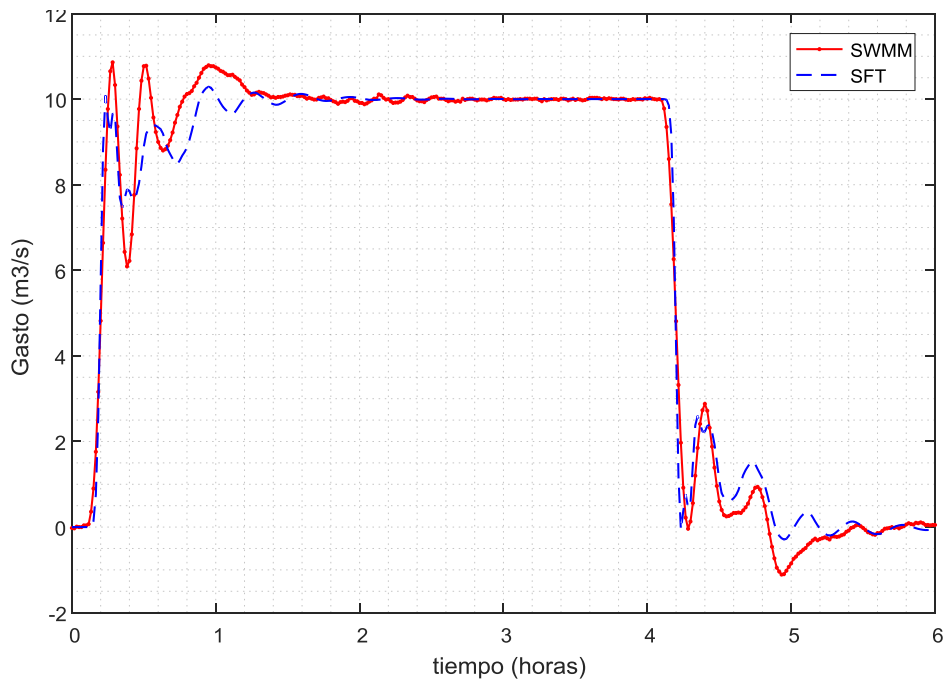


Figura 5. Comportamiento del cambio de gasto, para un volumen base de  $95m^3/s$ , por efecto del tránsito de una avenida, el sitio de muestreo es en la extracción (cadenamiento 2+005), línea continua modelo SWMM y punteada modelo SFT.





Con los datos de condición inicial del modelo SFT se construyó la condición inicial del modelo SWMM y con esta información se realizó una simulación del hidrograma indicado en el Cuadro 2. Los resultados de la simulación se presentan en la Figura 5, la gráfica es el tránsito de la avenida en la sección km 2+005, y es el sitio donde se ubica la toma lateral y aguas arriba de la primera compuerta de regulación. En este gráfico se observa las diferencias en amplitud entre los dos modelos, y el SWMM amplifica las ondas y debido a su solución lineal no existe una atenuación dinámica de estas, que produce el considerar los efectos de advección completos y un modelo no lineal para la rugosidad que utiliza el modelo SFT.

## Conclusiones

En este trabajo se pudo construir un escenario similar de prueba de los modelos SWMM y SFT, y los resultados en forma general fueron satisfactorios y pueden ser ambos modelos un DSS adecuada para la revisión y diseño de un canal de riego.

En el caso de estar trabajando con un modelo de regulación dinámica de compuertas el modelo SWMM no es adecuado, por la forma de producir el artilugio de una compuerta en la condición inicial, la cual no se puede modificar en la condición dinámica.

No obstante, que el modelo SWMM no es adecuado para incluir un modelo de regulación, en este trabajo por lo menos se realizó una comparativa de la propagación de las ondas en el sistema, y como se indicó anteriormente tiene algunos problemas en la amplitud y atenuación de estas.

**Cuadro 3.** Análisis de ventajas y desventajas

Criterio	SFT	SWMM
Modelo Lineal	✓	✓
Modelo no Lineal	✓	✗
Transiciones	✗	✓
Tomas laterales (estática)	✓	✓
Tomas laterales (dinámica)	✓	✗
Compuertas	✓	✗
Menor tiempo de simulación	✗	✓
Portabilidad	✗	✓
Cálculo de redes de conductos	✗	✓
Propagación de ondas	✓	✗
Módulo de regulación	✓	✗





Finalmente, en el Cuadro 3 se muestra una comparación entre los modelos SFT y SWMM, en el aspecto de configuración, aplicación y obtención de resultados, con base a unos indicadores generales de uso.

## Referencias Bibliográficas

- Abbott, M. B. (1979). *Computational Hydraulics. Elements of the Theory of Free Surface Flows*. PITMAN.
- Aguilar, A., & Cruz, P. (2017). Metodología de Newton Raphson para la solución de ecuaciones no lineales, aplicado a las Ecuaciones de Saint Venant. En AMH (Ed.), *Congreso Nacional de Hidráulica*. Acapulco.
- Chow, V. (1959). *Open-channel hydraulics*. Nueva York: Mc. Graw-Hill.
- De la Torre, C. (2017). *Desarrollo de un sistema de soporte para simulación de flujo transitorio en una red de canales de riego*. Jiutepec, Morelos: Posgrado UNAM-IMTA.
- EPA. (2017). Storm Water Management Model (SWMM). Descargado de: <https://www.epa.gov/water-research/storm-water-management-model-swmm>.
- EPA. (10 de 09 de 2017). *United States Environmental Protection Agency*. Obtenido de Storm Water Management Model (SWMM): <https://www.epa.gov/water-research/storm-water-management-model-swmm>
- Irstea . (2017). *Simulation and Integration of Control for Canals (SIC)*. Montpellier Cedex, France: Version 5.37d.
- ISO 13550. (2002). ISO-13550. Hydrometric determinations. Flow measurements in open channels using structures — Use of vertical underflow gates. ISO.
- Lai, C. (1986). Numerical Modeling of Unsteady Open-Channel Flow. En V.T. Chow and B.C. Yen, *Advances in Hydrosience* (Vol. 14). Orlando, FL: Academic Press.
- Rossman, L. A. (2017). *Storm Water Management Model. Reference Manual. Volume II – Hydraulics*. Office of Research and Development. Obtenido de National Service Center for Environmental Publications.
- Swamee, P. K. (28 de Enero de 1992). Sluice-Gate discharge equations. *Journal of Irrigation and Drainage*, 118(1), 56-60.
- Szymkiewics, R. (2010). *Numerical modeling in open channel hydraulics*. Londres: Springer.
- US Army Corps of Engineers. (10 de 09 de 2017). *Hydrologic Engineering Center's*. Obtenido de <http://www.hec.usace.army.mil/software/hec-ras/>
- William, J., Lewis, E., & William, J. (2010). *User's Guide to SWMM 5*. Ontario, Canadá.